

第九周 设数法解题

专题简析：

在小学数学竞赛中，常常会遇到一些看起来缺少条件的题目，按常规解法似乎无解，但仔细分析就会发现，题目中缺少的条件对于答案并无影响，这时就可以采用“设数代入法”，即对题目中“缺少”的条件，随便假设一个数代入（当然假设的这个数要尽可能的方便计算），然后求出解答。

例题 1。

如果 $\triangle\triangle=\square\square\square$ ， $\triangle\star=\square\square\square\square$ ，那么 $\star\star\square=（\quad）$ 个 \triangle 。

解： 由第一个等式可以设 $\triangle=3$ ， $\square=2$ ，代入第二式得 $\star=5$ ，再代入第三式左边是 12，所以右边括号内应填 4。

说明： 本题如果不用设数代入法，直接用图形互相代换，显然要多费周折。

练习 1

1. 已知 $\triangle=\bigcirc\bigcirc\square\square$ ， $\triangle\bigcirc=\square\square$ ， $\star=\square\square\square$ ，问 $\triangle\square\star=（\quad）$ 个 \bigcirc 。
2. 五个人比较身高，甲比乙高 3 厘米，乙比丙矮 7 厘米，丙比丁高 10 厘米，丁比戊矮 5 厘米，甲与戊谁高，高几厘米？
3. 甲、乙、丙三个仓库原有同样多的货，从甲仓库运 60 吨到乙仓库，从乙仓库运 45 吨到丙仓库，从丙仓库运 55 吨到甲仓库，这时三个仓库的货哪个最多？哪个最少？最多的比最少的多多少吨？

例题 2。

足球门票 15 元一张，降价后观众增加一倍，收入增加 $\frac{1}{5}$ ，问一张门票降价多少元？

【思路导航】 初看似乎缺少观众人数这个条件，实际上观众人数于答案无关，我们可以随便假设一个观众数。为了方便，假设原来只有一个观众，收入为 15 元，那么降价后有两个观众，收入为 $15 \times (1 + \frac{1}{5}) = 18$ 元，则降价后每张票价为 $18 \div 2 = 9$ 元，每张票降价 $15 - 9 = 6$ 元。即：

$$15 - 15 \times (1 + \frac{1}{5}) \div 2 = 6 \text{ (元)}$$

答：每张票降价 6 元。

说明： 如果设原来有 a 名观众，则每张票降价：

$$15 - 15a \times (1 + \frac{1}{5}) \div 2a = 6 \text{ (元)}$$

练习 2

1. 某班一次考试，平均分为 70 分，其中 $\frac{3}{4}$ 及格，及格的同学平均分为 80 分，那么不及格的同学平均分是多少分？
2. 游泳池里参加游泳的学生中，小学生占 30%，又来了一批学生后，学生总数增加了 20%，小学生占学生总数的 40%，小学生增加百分之几？
3. 五年级三个班的人数相等。一班的男生人数和二班的女生人数相等，三班的男生是全部男生的 $\frac{2}{5}$ ，全部女生人数占全年级人数的几分之几？

例题 3。

小王在一个小山坡来回运动。先从山下跑上山，每分钟跑 200 米，再从原路下山，每分钟跑 240 米，又从原路上山，每分钟跑 150 米，再从原路下山，每分钟跑 200 米，求小王的平均速度。

【思路导航】题中四个速度的最小公倍数是 1200，设一个单程是 1200 米。则

(1) 四个单程的和： $1200 \times 4 = 4800$ （米）

(2) 四个单程的时间分别是：

$$1200 \div 200 = 6 \text{（分）}$$

$$1200 \div 240 = 5 \text{（分）}$$

$$1200 \div 150 = 8 \text{（分）}$$

$$1200 \div 200 = 6 \text{（分）}$$

(3) 小王的平均速度为：

$$4800 \div (6+5+8+6) = 192 \text{（米）}$$

答：小王的平均速度是每分钟 192 米。

练习 3

1. 小华上山的速度是每小时 3 千米，下山的速度是每小时 6 千米，求上山后又沿原路下山的平均速度。
2. 张师傅骑自行车往返 A、B 两地。去时每小时行 15 千米，返回时因逆风，每小时只行 10 千米，张师傅往返途中的平均速度是每小时多少千米？
3. 小王骑摩托车往返 A、B 两地。平均速度为每小时 48 千米，如果他去时每小时行 42 千米，那么他返回时的平均速度是每小时行多少千米？

例题 4

某幼儿园中班的小朋友平均身高 115 厘米，其中男孩比女孩多 $\frac{1}{5}$ ，女孩平均身高比男孩高 10%，这个班男孩平均身高是多少？

【思路导航】题中没有男、女孩的人数，我们可以假设女孩有 5 人，则男孩有 6 人。

(1) 总身高： $115 \times [5 + 5 \times (1 + \frac{1}{5})] = 1265$ （厘米）

(2) 由于女孩平均身高是男孩的 $(1+10\%)$ ，所以 5 个女孩的身高相当于 $5 \times (1+10\%) = 5.5$ 个男孩的身高，因此男孩的平均身高为：

$$1265 \div [(1+10\%) \times 5 + 6] = 110 \text{（厘米）}$$

答：这个班男孩平均身高是 110 厘米。

练习 4

1. 某班男生人数是女生的 $\frac{2}{3}$ ，男生平均身高为 138 厘米，全班平均身高为 132 厘米。问：女生平均身高是多少厘米？
2. 某班男生人数是女生的 $\frac{4}{5}$ ，女生的平均身高比男生高 15%，全班的平均身高是 130 厘米，求男、女生的平均身高各是多少？
3. 一个长方形每边增加 10%，那么它的周长增加百分之几？它的面积增加百分之几？

例题 5

狗跑 5 步的时间马跑 3 步，马跑 4 步的距离狗跑 7 步，现在狗已跑出 30 米，马开始追它。问狗再跑多远，马可以追到它？

【思路导航】马跑一步的距离不知道，跑3步的时间也不知道，可取具体数值，并不影响解题结果。

设马跑一步为7，则狗跑一步为4，再设马跑3步的时间为1，则狗跑5步的时间为1，推知狗的速度为20，马的速度为21。那么，

$$20 \times [30 \div (21 - 20)] = 600 \text{ (米)}$$

答：狗再跑600米，马可以追到它。

练习5

1. 猎狗前面26步远的地方有一野兔，猎狗追之。兔跑8步的时间狗只跑5步，但兔跑9步的距离仅等于狗跑4步的距离。问兔跑几步后，被狗抓获？
2. 猎人带猎狗去捕猎，发现兔子刚跑出40米，猎狗去追兔子。已知猎狗跑2步的时间兔子跑3步，猎狗跑4步的距离与兔子跑7步的距离相等，求兔再跑多远，猎狗可以追到它？
3. 狗和兔同时从A地跑向B地，狗跑3步的距离等于兔跑5步的距离，而狗跑2步的时间等于兔跑3步的时间，狗跑600步到达B地，这时兔还要跑多少步才能到达B地？

答案：

练1

- 1、=8
- 2、设戊是100厘米高，可推出甲是101厘米高。
- 3、乙仓最多，丙仓最少，设甲、乙、丙三个仓库原来各有100吨，可推出这时乙有115吨，丙有90吨。

练2

- 1、设考试总人数为4人， $70 \times 4 - 80 \times 3 = 40$ （分）
- 2、设游泳池里原有学生总数是100人。 $[(100 + 20) \times 40\% - 30] \div 30 = 60\%$
- 3、设全年级男生总人数为50人。

$$\text{三班的男生为：} 50 \times \frac{2}{5} = 20 \text{ (人)}$$

一、二两班的男生，也是一个班的总人数为：

$$50 - 20 = 30 \text{ (人)}$$

$$\text{三班女生为：} 30 - 20 = 10 \text{ (人)}$$

$$(10 + 30) \div (30 \times 3) = \frac{4}{9}$$

练3

- 1、设一个单程是12千米
 $12 \times 2 \div (12 \div 3 + 12 \div 6) = 4$ （千米）
- 2、设一个单程为30千米
 $30 \times 2 \div (30 \div 15 + 30 \div 10) = 12$ （千米）
- 3、由于48和42的最小公倍数为336，设一个单程为336千米。
 $336 \div (336 \times 2 \div 48 - 336 \div 42) = 56$ （千米）

练4

- 1、设全班共有5人。
 $(132 \times 5 - 138 \times 2) \div 3 = 128$ （厘米）
- 2、设女生有5人，男生有4人，男生的身高为单位“1”，则女生的身高为 $(1 + 15\%)$
男： $130 \times (4 + 5) \div [4 + 5 \times (1 + 15\%)] = 120$ （厘米）

$$\text{女: } 120 \times (1+15\%) = 138 \text{ (厘米)}$$

$$3、【(1+10\%) \times 4 - 1 \times 4】 \div (1 \times 4) = 10\%$$

$$【(1+10\%) \times (1+10\%) - 1 \times 1】 \div (1+1) = 21\%$$

练 5

1、解法一：设兔的步长为 1，则狗的步长为 $\frac{9}{4}$ ，兔跑一步的时间为 1，则狗跑一步的时间为

$$\frac{8}{5}。$$

$$26 \times \frac{9}{4} \div \left(\frac{9}{4} \div \frac{8}{5} - 1 \right) = 144 \text{ (步)}$$

解法二：设狗的步长为 1，则兔的步长就是 $\frac{4}{9}$ ，设兔跑一步的时间为 1，则狗跑一步的时间为 1，则狗跑一步的时间为 $\frac{8}{5}$ 。

$$26 \div \left(1 \div \frac{8}{5} - \frac{4}{9} \right) = 144 \text{ (步)}$$

2、设狗的步长为 7，则兔的步长为 4，再设过跑 2 步的时间为 1，则兔跑 3 步的时间也为 1，推出狗的速度是 14，兔的速度是 12。

$$12 \times 【40 \div (14 - 12)】 = 240 \text{ (米)}$$

3、设狗的步长为 1，狗跑一步的时间也为 1。

$$600 \times \frac{5}{3} - 600 \times \frac{3}{2} = 100 \text{ (步)}$$